

# 7 veikla

---

## Lengviausias ir sunkiausias. Rikiavimo algoritmai

### Santrauka

Dažnai kompiuteriui reikia išrikiuoti sąrašą. Pavyzdžiui, išrikiuoti vardus pagal abėcėlę, elektroninius laiškus pagal datą ar kt. Išrikiuotame sąraše galima greičiau pamatyti ir surasti ieškomą informaciją. Išrikiavus mokinių pažymius, aiškiai matomi patys žemiausi ir patys aukščiausi įvertinimai.

Kai kurie rikiavimo metodai yra neefektyvūs net ir atliekant juos kompiuteriu. Žinoma, yra atrasti keli greitesni rikiavimo metodai. Šiame skyriuje mokiniai sužinos apie skirtingus rikiavimo metodus, taip pat kaip pasirinktas „gudrus“ rikiavimo metodas paspartina rikiavimą.

### Ryšiai su ugdymo programomis

- ✓ Matematika: matai ir matavimai, praktinis svorio matavimas
- ✓ Informatika: algoritmai

### Gebėjimai

- ✓ Svarstyklių naudojimo
- ✓ Rikiavimo
- ✓ Lyginimo

### Amžius

- ✓ Nuo 8 metų

### Priemonės

Kiekvienai mokinių grupei reikės:

- ✓ 8 vienodo dydžio, bet skirtingo svorio pakuočių (gali būti pakuotės nuo pieno, nepermatomi plastikiniai buteliukai nuo gėrimo ar skardinės dėžutės, pripildytos smėlio ar vandens)
- ✓ Svirtinių svarstyklių
- ✓ Darbo lapo „Svorių rikiavimas“
- ✓ Darbo lapo „Skaldyk ir valdyk!“



# Lengviausias ir sunkiausias

---

## Diskusija

Kompiuteriui dažnai reikia išrikiuoti duomenis. Kas nutiktų, jei duomenys būtų neišrikiuoti?

Paprastai kompiuteris gali palyginti dvi reikšmes vienu metu. Atlikdami užduotis mokiniai supras, kaip kompiuteris tai daro.

## Veikla

1. Mokiniai suskirstomi į grupes.
2. Kiekvienai grupei duodamas Darbo lapas „Svorių rikiavimas“, sveriamų pakuočių rinkiniai ir svirtinės svarstyklės.
3. Mokiniai atlieka šią veiklą ir tada aptaria rezultatus.



## Darbo lapas *Svorių rikiavimas*

**Tikslas:** surasti geriausią nežinomų svorių rikiavimo metodą.

**Reikės:** smėlio arba vandens, 8 vienodų pakuočių, svirtinių svarstyklių.

**Ką daryti:**

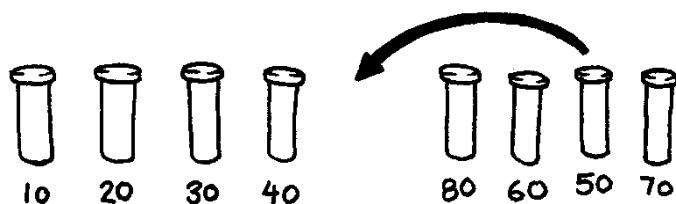
1. Į kiekvieną pakelį įpilkite skirtingą kiekį smėlio arba vandens. Sandariai uždarykite.
2. Sumaišykite pakuotes, kad nežinotumėte, kiek juose smėlio ar vandens.
3. Suraskite lengviausią pakuotę. Koku paprasčiausiu būdu tai galima padaryti?

**Patarimai:** Naudokite svirtines svarstykles. Vienu metu galite jomis palyginti tik du svorius.

4. Atsitiktinai pasirinkite 3 pripildytas pakuotes. Išrikiuokite jas nuo lengviausios iki sunkiausios pasverdami svirtinėmis svarstyklėmis. Kaip tai atlikote? Kiek kartų mažiausiai reikėjo sverti? Kodėl?
5. Išrikiuokite visas 8 pripildytas pakuotes nuo lengviausios iki sunkiausios.
6. Tada patikrinkite, ar gerai išrikiavote, lygindami dviejų gretimų pakuočių svorį svirtinėmis svarstyklėmis.

### Išrenkamojo rikiavimo algoritmas

Vienas iš kompiuterio naudojamų rikiavimo algoritmų yra *išrenkamojo rikiavimo algoritmas*. Pirma, surandamas mažiausias svoris ir atidedamas į šoną. Antra, surandamas mažiausias svoris iš likusiųjų ir atidedamas į šoną. Tai kartojama, kol visi svoriai išrikiuojami.



Suskaičiuokite, kiek kartų lyginote svorius.

**Gudručiams:** Parodykite, kaip matematiškai galima suskaičiuoti, kiek kartų reikia lyginti 8 objektus norint juos išrikiuoti pagal svorį. Kiek kartų norint išrikiuoti reikia lyginti 9 objektus? 20?



## Darbo lapas *Skaldyk ir valdyk!*

### Greitojo rikiavimo algoritmas

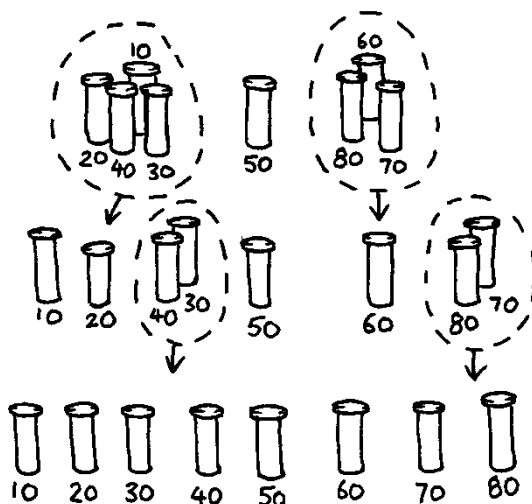
*Greitojo rikiavimo algoritmas* yra daug greitesnis ir paprastesnis už *išrenkamojo rikiavimo algoritmą*, todėl yra labai dažnai naudojamas.

Atsitiktinai pasirinkite vieną iš objektų ir padėkite jį ant svarstyklių lėkštelės.

Visus likusius objektus palyginkite su atsitiktinai pasirinktu objektu. Lengvesnius už jį padėkite kairėje svarstyklių pusėje, o sunkesnius – dešinėje. Objektą, su kuriuo lyginate kitus objektus, padėkite viduryje tarp grupių. (Baigus sverti visus objektus gali būti, kad vienoje pusėje bus daug daugiau objektų nei kitoje.)

Pasirinkite vieną iš atrinktų objektų grupių ir pakartokite tą patį: atsitiktinai iš grupės pasirinkite objektą ir palyginkite visus likusius objektus su juo. Tą patį padarykite ir su kita objektų grupe. Objektą, su kuriuo lyginate kitų objektų svorį, padėkite viduryje tarp sudarytų naujų dviejų grupių.

Kartokite šiuos veiksmus, kol grupėse liks tik po vieną objektą. Kadangi visose objektų grupėse liko tik po vieną objektą, vadinasi, visi objektai yra išrikiuoti nuo lengviausio iki sunkiausio.



Kiek kartų reikėjo lyginti objektus naudojant šį algoritmą?

*Greitasis rikiavimas* yra daug efektyvesnis už *išrenkamojo rikiavimo algoritmą*, jei iš pradžių pavyksta pasirinkti patį lengviausią arba patį sunkiausią objektą. Jei pasirenkamas vidutinio svorio objektas, užtenka 14 kartų palyginti visus objektus ir taip juos išrikiuoti nuo lengviausio iki sunkiausio. Padaryti tą patį *išrenkamojo rikiavimo algoritmu* prireiktų 28 lyginimo kartų.

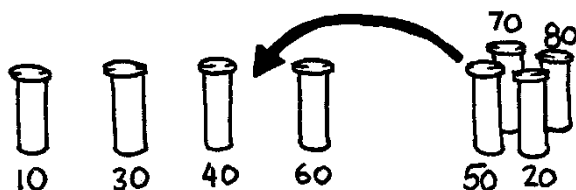
**Guodučiams:** Kiek kartų greitojo rikiavimo algoritmu reikėtų lyginti objektus, jei visada atsitiktinai pasirinktumėte lengviausią objektą?



## Kiti rikiavimo metodai

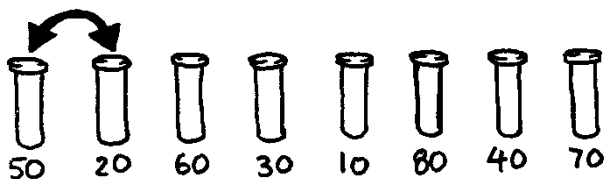
Sugalvota daug rikiavimo metodų. Pabandykite išrikiuoti savo objektus įvairiais metodais.

Pagrindinis *įterpiamojo rikiavimo algoritmo* principas – kiekvienas elementas imamas iš eilės ir įterpiamas į jam skirtą vietą jau surikiuotoje objektų grupėje. Kiekvieną kartą įterpus objektą, neišrikiuotoje grupėje objektų mažėja, o išrikiuotoje – daugėja.

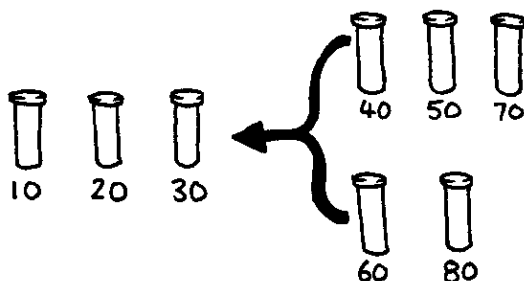


*Burbulinio rikiavimo algoritmo* principas – nuosekliai iš eilės patikrinti gretimų objektų poras, prireikus objektus sukeisti, t. y. perkelti mažesnį arčiau pradžios. Šitaip per pirmą žingsnį lengviausias objektas perkeliamas į pirmą poziciją, vėliau tas pats principas taikomas likusiems objektams ir t. t.

Šio algoritmo veikimo principas primena virimą, kai oro burbulai kyla į paviršių, dėl to jis ir vadinamas burbulinio rikiavimo metodu. Nors nėra labai efektyvus, šis metodas mėgstamas dėl savo paprastumo.



*Sąlajinio rikiavimo algoritmas* – vienas iš „skaldyk ir valdyk“ principu grindžiamų rikiavimo algoritmų. Pirmiausia objektai atsitiktinai padalijami į dvi lygias (arba panašias, jei yra nelyginis objektų skaičius) grupes. Kiekviena grupė rikiuojama atskirai, paskui abi grupės vėl sujungiamos: lyginant skirtingų grupių objektus po du iš eilės mažiausias objektas perkeliamas į jungtinės objektų grupės pabaigą. Paveiksle 40 ir 60 gramų objektai yra kiekvienos grupės pradžioje, į jungtinę grupę dedamas mažesnio svorio objektas – 40 g ir t. t.



Kaip išrikiuoti mažai objektų? Patartinas sąlajinio rikiavimo algoritmas! Visos grupės padalijamos po vieną objektą, todėl nereikia rūpintis, kada baigti rikiuoti.



## Apie ką visa tai?

---

Išrikiuotame sąrašė daug lengviau surasti reikiamą informaciją. Telefonų knygoje, knygų kartotekoje elementai rikiuojami pagal abėcėlę. Jei jie nebūtų išrikiuoti pagal abėcėlę, būtų daug sunkiau susigaudyti informacijos gausybėje ir rasti reikiamą pavardę telefonų knygoje ar autorių kartotekoje. Išrikiuotame skaičių sąrašė lengva pamatyti didžiausią, mažiausią ar vienodus elementus.

Dažnai rikiuojant pasitelkiami kompiuteriai, todėl informatikai ieško vis greitesnio rikiavimo algoritmo. Dauguma rikiavimo algoritmų, pavyzdžiui, *išrenkamojo, įterpiamojo ar burbulinio*, yra naudingi sprendžiant tam tikras problemas. Algoritmai, tokie kaip *greitojo ar sąlajinio rikiavimo*, yra daug efektyvesni ir pritaikomi didesniam objektų skaičiui. Pavyzdžiui, 100000 objektų *greitojo rikiavimo algoritmas* išrikiuoja 2000 kartų greičiau nei *išrenkamojo rikiavimo algoritmas*, o 1000000 objektų – 20000 kartų greičiau. Kompiuteris turi apdoroti milijonus duomenų (daugybė tinklalapių turi milijonus vartotojų, vienoje nuotraukoje yra milijonai pikselių). Šiuodu algoritmai skiriasi tuo, kad pirmasis apdoroja duomenis per 1 s, o antrajam apdoroti tuos pačius duomenis reikia 5 valandų. Ne tik prireikia ilgesnio laiko, bet ir energijos sunaudojama 20000 kartų daugiau. Laiko ir energijos sąnaudos neturi įtakos programinei įrangai, tačiau yra svarbios naudojant prietaisus su baterijomis (planšetinius ar nešiojamuosius kompiuterius, mobiliuosius telefonus ir kt.).

*Greitojo rikiavimo algoritmas* veikia „skaldyk ir valdyk“ principu. Objektai padalijami į mažesnes grupes, kiekvienai iš jų pritaikomas greitojo rikiavimo algoritmas. Algoritmas kartojamas, kol grupėse lieka po vieną objektą. Toliau paprasta rikiuoti, kai lieka tik po vieną objektą! Praktiškai šis metodas yra daug greitesnis nei kiti rikiavimo metodai. Jis realizuoja *rekursijos* idėją, pagal kurią algoritmas keletą kartų kreipiasi į patį save, kol išsprendžia problemą.



## Sprendimai ir užuominos

---

1. Geriausias būdas surasti lengviausią objektą yra tikrinti visus objektus lyginant vieną su kitu. Kitaip tariant, objektai lyginami po du, iš kiekvienos poros ant svarstyklių lėkštelės paliekamas lengvesnis objektas tol, kol perrenkami ir palyginami visi objektai.
2. Objektų svoris lyginamas svirtinėmis svarstyklėmis. Tai galima atlikti palyginus svorį triskart, o kartais ir dukart, jei mokiniai supranta, kad lyginimo operacija yra tranzityvi (t. y. jei A yra lengvesnis už B, o B yra lengvesnis už C, tai A turi būti lengvesnis už C).

### Gudručiams

Norint nustatyti mažiausio svorio objektą iš dviejų, reikia vieną kartą juodu palyginti. Ieškant lengviausio iš trijų objektų reikia tuos objektus palyginti du kartus, iš keturių objektų – reikia juos palyginti tris kartus ir t. t. Rikiuojant aštuonis objektus ir norint iš jų surasti pirmą lengviausią reikia 7 kartus palyginti visus objektus, šešis kartus – norint surasti antrą lengviausią objektą ir t. t. Išsina, kad reikia

$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$  kartus palyginti.

Rikiuojant  $n$  objektų reikėtų palyginti  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n - 1$  kartų.

Šiuos skaičius sudėti yra paprasta, kai jie sugrupuojami.

Pavyzdžiui, sudedant skaičius  $1 + 2 + 3 + \dots + 20$ , sugrupuojama

$(1 + 20) + (2 + 19) + (3 + 18) + (4 + 17) + (5 + 16) +$

$(6 + 15) + (7 + 14) + (8 + 13) + (9 + 12) + (10 + 11) = 21 \times 10 = 210$

Bendruoju atveju gaunama  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n - 1 = n(n - 1)/2$ .

